

Devoir à domicile N1

Arithmétique dans $\mathbb{N}$

1. Montrer que si a est pair, alors a^n est pair pour tout n entier naturel différent de 0.
2. Montrer que la puissance d'un nombre impair est impair.
3. Montrer que si p est premier, alors p^n n'est pas premier pour tout n différent de 1.

Exercice:

On veut résoudre le système:
$$\begin{cases} ab = 1715 \\ PGCD(a, b) = 7 \end{cases}$$

On pose $a = 7x$ et $b = 7y$ avec x et y deux entiers naturels.

1. Montrer que si d est un diviseur commun de x et y alors d est un diviseur commun de a et b
2. En déduire que x et y sont premiers entre eux
3. Montrer que $xy = 35$
4. (a) Décomposer le nombre 35 en produit de facteurs premiers
(b) En déduire les valeurs possibles de x et y
(c) Résoudre le système
$$\begin{cases} ab = 1715 \\ PGCD(a, b) = 7 \end{cases}$$

Remarque: Travailler tous les exercices des séries de la projection et le calcul vectoriel