## $\frac{\text{Semestre I}}{\text{Exercice 1}}$

Soient a, b et c trois nombres réels, tels que:  $2 \le a \le 8$  et  $|2b-a| \le 4$ 

- 1. Montrer que:  $-1 \le b \le 6$
- 2. En déduire un encadrement de a + b
- 3. Montrer que:  $4 \le a^2 + b^2 \le 100$  et que:  $-8 \le ab \le 48$
- 4. En déduire que:  $-12 \le a^2 + b^2 + 2ab \le 196$
- 5. Remarquer que:  $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ , puis montrer que  $1 \le a^2 + b^2 + 2ab \le 196$
- 6. Quel est le milleur encadrement? Justifier

## Exercice 2

Soient x et y deux nombres réels tels que: |x| < 1 et |y| < 1

- 1. Donner un encadrement de  $\frac{1}{x+y+xy+4}$
- 2. Donner un encadrement de (x+1)(y+1)+3
- 3. Développer (x+1)(y+1)+3, puis en déduire un autre encadrement de  $\frac{1}{x+y+xy+4}$

## Exercice 3

Soient a et b deux réels strictement positifs tels que: a+b=8

• Déterminer la valeur minimale de  $(1+\frac{1}{a})(1+\frac{1}{b})$ 

## Exercice 4

Soit  $m \in \mathbb{R}$ .

On considère les droites  $(D_m)$ : 2mx + (m-1)y + m + 1 = 0

- 1. Montrer que toutes les droites passent par le point fixe A(-1;1)
- 2. Tracer les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  dans un repère orthonormé  $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$
- 3. Déterminer parmi les droites  $(D_m)$  celle qui est parallèle à l'axe des abscisses.
- 4. Déterminer parmi les droites  $(D_m)$  celle qui est parallèle à l'axe des ordonnées.