Fonctions primitives

(Déterminer les fonctions primitives des fonctions usuelles)

Exercice 1:

En utilisant les formules de linéarisations suivantes:

$$cos^2(x) = \frac{1+cos(2x)}{2} \text{ et } sin^2(x) = \frac{1-cos(2x)}{2} \ \forall x \in \mathbb{R}$$

1. Montrer que: $cos^4(x) = \frac{1}{8}cos(4x) + \frac{1}{2}cos(2x) + \frac{3}{8}$ et $sin^4(x) = \frac{1}{8}cos(4x) - \frac{1}{2}cos(2x) + \frac{3}{8}$
2. Déduire la primitive F de la fonction $x \mapsto cos^4(x)$ telle que $F(\frac{\pi}{2}) = 0$.
3. Déduire la primitive G de la fonction $x \mapsto sin^4(x)$ telle que $G(\frac{\pi}{4}) = \frac{7}{8}$.

(Utiliser les formules de dérivation pour déterminer les fonctions primitives d'une fonction sur un intervalle)

Exercice 2:

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par: $f(x) = \frac{x^2+6x+1}{(1-x^2)^2}$

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x de $]1;+\infty[$:
$$f(x) = \frac{a}{(1-x^2)} + \frac{b}{(1+x^2)}$$
2. Déduire toutes les primitives de f sur $]1;+\infty[$
3. Déduire la fonction F, primitive de f sur $]1;+\infty[$ telle que: $F(2) = \frac{4}{3}$